

## *Материалы к биографиям ученых и инженеров* *Materials for the Biographies of Scientists and Engineers*

DOI: 10.31857/S020596060018958-5

### **Н. Н. ЛУЗИН НА ПЕРЕКРЕСТКАХ СОБЫТИЙ ЕВРОПЕЙСКОЙ ИСТОРИИ ПЕРВОЙ ПОЛОВИНЫ XX СТОЛЕТИЯ**

*ДЕМИДОВ Сергей Сергеевич* – *Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, механико-математический факультет; Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1; E-mail: serd42@mail.ru*

© С. С. Демидов

Жизнь выдающегося русского математика Н. Н. Лузина пришлось на очень сложный период российской истории: две мировые войны, две революции в 1917 г. в России, приход к власти большевиков, Гражданская война 1917–1922 гг., наконец, строительство государства нового типа, сопровождавшееся массовым террором, затронувшим все без исключения слои советского общества. На фоне этих драматических событий происходил процесс становления и расцвета Лузина-ученого, создателя одной из ведущих математических школ XX столетия – московской школы теории функций, ставшей одним из краеугольных камней в фундаменте советской математической школы. В творчестве Лузина выделяются два периода – первый, посвященный проблемам метрической теории функций, завершившийся его знаменитой диссертацией «Интеграл и тригонометрический ряд» (1915), и второй, посвященный преимущественно разработке проблем теории аналитических множеств. В подтексте лузинских исследований стояла проблема структуры арифметического континуума, ставшая сверхзадачей его творчества. Судьба благоволила мастеру: сложные повороты истории, в которые он оказался вовлеченным, не воспрепятствовали, а порой даже благоприятствовали успешному развитию его исследований. И даже разразившаяся над ним в 1936 г. катастрофа – «дело академика Лузина» – хотя и положила конец нормальному развитию творческой мысли ученого, закончилась для него максимально благополучным образом.

*Ключевые слова:* Н. Н. Лузин, Д. Ф. Егоров, теория множеств, теория функций действительного переменного, московская школа теории функций, аксиома выбора, континуум-гипотеза, М. Я. Суслин, эффективизм, борелевское множество, аналитическое множество.

Статья поступила в редакцию 23 октября 2021 г.

## N. N. LUZIN AT THE CROSSROADS OF THE EVENTS IN EUROPEAN HISTORY OF THE FIRST HALF OF THE 20<sup>TH</sup> CENTURY

*DEMIDOV Sergei Sergeevich* – *M. V. Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics; Leninskie gory, 1, Moscow, 119234, Russia;*  
*E-mail: serd42@mail.ru*

© S. S. Demidov

*Abstract:* A prominent Russian mathematician Nikolai Nikolaevich Luzin (1883–1950) lived in a very difficult period of Russian history: two world wars, two 1917 revolutions in Russia, the Bolsheviks' coming to power, the Civil War of 1917–1922, and the construction of a new type of state, accompanied by mass terror that impacted all the strata of Soviet society. It was against the backdrop of these dramatic events that the process of Luzin's formation and flourishing as a scientist and founder of one of the leading mathematical schools of the 20<sup>th</sup> century, the Moscow school of function theory that became one of the cornerstones in the foundation of the Soviet mathematical school, took place. Two periods can be distinguished in Luzin's work: the first period was devoted to the problems of the metric theory of functions and culminated in his famous dissertation "The Integral and the Trigonometric Series" (1915), and the second period was mainly devoted to the development of problems in the theory of analytic sets. The implication of Luzin's research was the problem of the structure of the arithmetic continuum that became the ultimate purpose of his work. Fortune favored the scientist: the complicated turns of history he happened to be involved in did not hinder, and sometimes even facilitated, the successful development of his studies. Even the catastrophe that descended upon him in 1936, "the case of Academician Luzin," even though it had put an end to the normal development of his creative thought, ended with a smoothest possible outcome for him.

*Keywords:* N. N. Luzin, D. F. Egorov, set theory, theory of functions of a real variable, Moscow school of function theory, axiom of choice, continuum hypothesis, M. Ya. Suslin, effectivism, Borel set, analytic set.

*For citation:* Demidov, S. S. (2022) N. N. Luzin na perekrestkakh sobytii evropeiskoi istorii pervoi poloviny XX stoletia [N. N. Luzin at the Crossroads of the Events in European History of the First Half of the 20<sup>th</sup> Century], *Voprosy istorii estestvoznaniia i tekhniki*, vol. 43, no. 1, pp. 101–130, DOI: 10.31857/S020596060018958-5

### Введение

В данной статье речь пойдет о творчестве выдающегося российского математика Николая Николаевича Лузина (1883–1950), создателя одной из наиболее значимых математических школ XX столетия, московской школы теории функций. Его научная биография ложится на первую половину XX в. — период сложный для жизни всей Европы, а для истории его родины в особенности. Революция 1905 г., Первая мировая война, в которую страна оказалась ввергнутой в 1914 г., разразившиеся в ее ходе революции 1917 г., приход к власти

большевиков и не имевший аналогов социальный эксперимент — строительство «первого в истории государства рабочих и крестьян», Союза Советских Социалистических Республик, и «первого в истории бесклассового общества», — вылившийся в коллективизацию в деревне и индустриализацию в городе, сопровождавшийся массовым террором, затронувшим все без исключения слои советского общества, наконец, Вторая мировая война, ставшая для советского народа Великой Отечественной, — все эти события пришлось на жизнь нашего героя, определенным образом преломившись в его судьбе. Каким образом все эти события социальной истории отразились на творчестве Лузина, какую роль они сыграли в его творческой биографии? Как и в какой мере на его математическое творчество влияли мировоззренческие факторы — философские или даже религиозные? Наконец, как развивалась творческая мысль великого мастера в драматических реалиях трагической и одновременно героической истории нашего отечества первой половины XX в.?

### Мальчик из Сибири

Родился Николай Николаевич 9 декабря (27 ноября) 1883 г. в Томске в семье мелкого предпринимателя Николая Митрофановича Лузина <sup>1</sup>, происходившего из крепостных крестьян графа Строганова; его мать, Ольга Николаевна Лузина, дочь сельского священника, вела происхождение от забайкальских бурят. Она была женщиной болезненной, что отразилось на здоровье ее сына <sup>2</sup>. Родители были очень обеспокоены будущностью единственного ребенка и сделали все возможное, чтобы дать ему хорошее образование <sup>3</sup>.

Николай Лузин рос замкнутым, вдумчивым мальчиком, склонным к созерцанию. Так уж получилось, что в своем интеллектуальном развитии он был лишен какого-либо руководства и по большей части воспитывался самостоятельно, много и беспорядочно читая и размышляя над прочитанным. В последних классах гимназии он увлекся книгами по чистой философии, которые дали обильную пищу его воображению <sup>4</sup>. Круг его интересов был достаточно широк, но математика в него не входила. Напротив, в школе она была предметом, который ему не давался. Отсутствие хорошей механической памяти мешало ему запоминать тексты определений, лемм, многочисленных теорем, правил решения типовых задач и прочей математической премудрости, которую вдалбливал своим ученикам гимназический учитель. Чтобы успешно закончить обучение

---

<sup>1</sup> По своим торговым делам Николаю Митрофановичу приходилось много разъезжать по Сибири и жить то в Иркутске, то в Томске. По своему правовому статусу он сам и, следовательно, его сын Николай числились иркутскими мещанами (*Тюлина А. К.* Об одной рукописи неизвестного автора (к биографии Н. Н. Лузина) // Историко-математические исследования. Вторая серия. М.: Янус-К, 2006. Вып. 11 (46). С. 274).

<sup>2</sup> Там же. С. 272.

<sup>3</sup> «Родители приняли все меры, чтобы дать сыну хорошее образование. Колю подготовили к поступлению в Иркутскую гимназию, в которой он проучился один год. Затем в связи с переездом родителей в г. Томск он продолжил учение в Томской гимназии» (Там же. С. 272).

<sup>4</sup> *Голубев В. В., Бару Н. К.* Биография Н. Н. Лузина // *Лузин Н. Н.* Интеграл и тригонометрический ряд. М.; Л.: ГИТТЛ, 1951. С. 11.

в выпускном классе, отец был вынужден нанять ему репетитора – студента только что открывшегося в 1900 г. в Томске технологического института. Так в жизнь Лузина вторглась история государства российского в ее развитии, обусловленном восточным вектором его политики – основанием второго в Сибири высшего учебного заведения, Томского технологического института императора Николая II, сыгравшего важную роль в научном развитии Сибири<sup>5</sup>.

Выбор репетитора оказался для мальчика редкой удачей – студент, имени которого история, к сожалению, нам не сохранила, неожиданно оказался хорошим педагогом. Он быстро понял, что мальчик вовсе не страдал отсутствием математических способностей, а его проблемы с математикой таились в порочной системе преподавания предмета, практиковавшейся в местной гимназии. Он объяснил своему ученику, что математика вовсе не требует хорошей памяти, что важно не запоминание, а само понимание сути предмета и умение правильно рассуждать, начал решать с ним задачи и вселил в него уверенность в свои силы. В итоге из ученика, последнего в классе по математике, он к концу учебного года превратился в одного из первых.

Впрочем, с математикой свое будущее он никак не связывал, более того – никаких ярко выраженных вкусов школьное обучение в нем не воспитало. По окончании гимназии (а это случилось в 1901 г.) он намеревался поступить в только что и с большой помпой открытый Императорский Санкт-Петербургский политехнический институт. Такой выбор стал не результатом его склонностей, но определился влиянием его родителей, желавших видеть сына инженером. Профессия инженера была тогда в Сибири в большом фаворе (вспомним о проходившем в те годы строительстве «Великого Сибирского пути») и, по мнению родителей, могла обеспечить их единственному сыну благополучное будущее. Сам же он, как впоследствии писала его ученица Н. К. Бари, «к поступлению в инженерную школу [...] особенно не тяготел, но и возражений каких-нибудь с его стороны не было»<sup>6</sup>. Однако

---

<sup>5</sup> К слову заметим, что первую лекцию в новом институте 9 октября прочитал В. Л. Некрасов (1864–1922). Воспитанник Казанского университета, он стал одним из первых русских математиков, занявшихся теорией множеств – разделом математики, с которым будет связано математическое творчество самого Лузина (*Юшкевич А. П. История математики в России до 1917 года*. М.: Наука, 1968. С. 563), в 1908 г. Некрасов защитит в Москве магистерскую диссертацию «Строение и мера линейных точечных областей» (Томск, 1907).

<sup>6</sup> *Тюлина*. Об одной рукописи неизвестного автора... С. 273. Эта цитата из машинописной рукописи, найденной в конце 1990-х гг. на кафедре гидромеханики механико-математического факультета МГУ и уже нами цитированной. Ее анализ, осуществленный публикатором рукописи А. К. Тюлиной, убедительно показал, что ее автором была, судя по всему, Бари. Рукопись представляла собой написанный ею исходный вариант для биографического очерка, предназначавшегося для готовившегося к выходу в свет через год после смерти Лузина переиздания его классической диссертации «Интеграл и тригонометрический ряд». И хотя текст этой рукописи в значительной своей части (зачастую дословно) вошел в помещенный в ней биографический очерк (*Голубев, Бари*. Биография Н. Н. Лузина...), многое очень важное и представляющее для нас интерес в него не было включено. Причинами этого могли послужить соображения цензурного порядка (например, фрагмент, касающийся сгинувшего в пучине ГУЛАГА П. А. Флоренского) или нежелание авторов затрагивать острые вопросы взаимоотношений внутри отечественного математического сообщества. Мы же будем часто обращаться к этому источнику, «поскольку этот документ представляет огромный интерес как свидетельство очевидца и человека, знавшего излагаемые факты жизни Н. Н. Лузина из личных бесед с ним и его непосредственных воспоминаний» (*Тюлина*. Об одной рукописи неизвестного автора... С. 271).

конкурс в это учебное заведение был гигантским и неуверенный в себе мальчик не надеялся его выдержать — его гимназический аттестат был далеко не блестящим <sup>7</sup> (вообще, неуверенность в себе, неверие в свои силы, мнительность, гипертрофированная зависимость от отношения к себе окружающих — все эти черты лузинского характера будут во многом определять его поведение в дальнейшем и зачастую приводить к периодам затяжной хандры, а иногда и к душевным кризисам). Но существовал обходной путь — лица, закончившие математическое отделение физико-математического факультета любого российского университета, зачислялись туда на старшие курсы безо всякого конкурса <sup>8</sup>. Лузин выбрал этот вариант, а в качестве университета — Императорский Московский университет.

### Императорский Московский университет: избрание профессии

Осень 1901 г. он встретил уже его студентом. Лекции Н. В. Бугаева, Н. Е. Жуковского, Б. К. Млодзеевского, Д. Ф. Егорова, сама атмосфера, царившая в университете, поразили и увлекли впечатлительного провинциала.

Как рассказывал сам Н. Н., — читаем мы в «Одной рукописи», — первая же лекция по высшей математике решила дело. Годы бездарного преподавания в гимназии не могли проявить совершенно исключительных способностей и вкусов к занятиям математикой, их проявила первая же талантливая лекция университетского профессора. Прослушав ее, Н. Н. твердо решил, что никаким инженером он не хочет быть и не будет, а *будет математиком: вопрос о карriere был решен твердо и раз и навсегда* (курсив мой. — С. Д.) <sup>9</sup>.

Математика начала овладевать его мыслями. Он по-прежнему много и беспорядочно читал. По первоначальному лишенный авторитетного руководства, в котором он, замкнутый и, как мы же говорили, неуверенный в себе, чрезвычайно нуждался, он до многого доходил самостоятельно, используя зачастую немислимые обходные тропы <sup>10</sup>. В университете он близко сошелся со студентом на курс старше — Павлом Александровичем Флоренским (1882–1937), будущим выдающимся богословом и философом. Рано достигший духовной зрелости и еще в гимназии определившийся в своих намерениях <sup>11</sup>, человек широчайшего диапазона интересов и познаний, он на долгие годы стал для Лузина одним из центров притяжения — этому, конечно,

<sup>7</sup> «...познания по языкам, включая и русский, оценены баллом 4, а по французскому языку даже 3, в то время как по всем другим предметам, включая математику, физику и логику, оценки 5» (Там же. С. 273).

<sup>8</sup> Там же. С. 274.

<sup>9</sup> Там же. С. 274–275.

<sup>10</sup> Иллюстрацией этого могут служить его пути постижения оснований дифференциального и интегрального исчисления, о которых он впоследствии поведал в своем письме М. Я. Выгодскому (Два письма Н. Н. Лузина М. Я. Выгодскому. Публикация и примечания В. А. Волкова и С. С. Демидова // Историко-математические исследования. Вторая серия. М.: Янус-К, 1997. Вып. 2 (37). С. 134 – 135).

<sup>11</sup> Стать православным богословом.

способствовала лужинская склонность к философии (характер их взаимоотношений раскрывает их переписка<sup>12</sup>). Лужин активно помогал ему в организации заседаний Студенческого математического кружка при Московском математическом обществе<sup>13</sup>, и когда весной 1904 г. Флоренский покинул университет и продолжил свои занятия в Московской духовной академии, к нему перешли обязанности секретаря кружка. У нас слишком мало материала, позволяющего судить о развитии математических интересов Лужина в ту пору. Но даже те немногие замечания математического характера, которые мы находим, например, в его письмах 1904 г. Флоренскому (например, его рассуждения об аналитической теории дифференциальных уравнений в письме от 19 ноября 1904 г.<sup>14</sup>), позволяют нам судить о его математической увлеченности.

Вот еще фрагмент из статьи В. В. Голубева и Н. К. Бари, позволяющий заглянуть в мир лужинских интересов той поры. В студенческом кружке, о котором только что шла речь, обсуждались

вопросы, представлявшие в то время особую научную актуальность. Н. Н. Лужин и его университетский товарищ С. С. Бюшгенс были активными участниками этого кружка; у них преобладали в докладах вопросы обоснования математики, которые тогда привлекали внимание математиков, и начинавшие вызывать интерес вопросы аксиоматики [...] Б. К. Млодзеевский огорчился тем, что студенты в кружке вместо изучения вопросов теории уравнений с частными производными, дифференциальной геометрии и т. п. остановились на самых основных понятиях анализа и не идут дальше<sup>15</sup>.

Отметим для себя увлечение молодых людей и, конечно, Лужина той поры вопросами, выходящими за рамки, ставшие традиционными для московской математики, — этот посыл впоследствии определит и направленность его последующих исканий. Однако в этих исканиях молодой, еще не определившийся в своих взглядах человек нуждался в опытном руководителе, и то, что он такого обрел, стало великой удачей в его жизни и в истории московской математики.

Таким Овидием по кругам математического царства стал для него молодой профессор университета Дмитрий Федорович Егоров (1869—1931).

---

<sup>12</sup> Переписка Н. Н. Лужина с П. А. Флоренским. Публикация, предисловие и примечания С. С. Демидова, А. Н. Паршина, С. М. Половинкина, П. В. Флоренского) // Историко-математические исследования. М.: Наука, 1989. Вып. 31. С. 116—125.

<sup>13</sup> Половинкин С. М. О студенческом математическом кружке при Московском математическом обществе в 1902—1903 гг. // Историко-математические исследования. М.: Наука, 1986. Вып. 30. С. 148—158.

<sup>14</sup> Переписка Н. Н. Лужина с П. А. Флоренским... С. 131.

<sup>15</sup> Голубев, Бари. Биография Н. Н. Лужина... С. 14.

## В поисках пути

Выдающийся математик, обладавший глубокой интуицией, широким кругом интересов и энциклопедичностью познаний<sup>16</sup>, Егоров был чрезвычайно одаренным педагогом. Он обладал даром привлекать к себе талантливую молодежь и создавать вокруг себя творческую атмосферу. Он быстро оценил необычайную одаренность Лузина и принял самое живое участие в его дальнейшей судьбе. Дошедшие до нас его письма Лузину<sup>17</sup> позволяют ощутить глубину его расположения к талантливому юноше, деликатность его усилий ободрить его, поддержать веру в собственные силы, оградить от подстерегающих опасностей. Узнав о душевном кризисе, постигшем Лузина летом 1905 г., Егоров использовал все доступные средства, чтобы привести его в чувство. Так, в письме от 4 августа 1905 г. он писал ему:

Сейчас я получил письмо от В. А. Костицына<sup>18</sup>, которое меня страшно испугало за Вас. Что с Вами? Отчего Вы мне ничего, ничего не писали все время? Поверьте, что я от души полюбил Вас и меня очень беспокоит то, что пишет о Вас Костицын. К чему такое отчаяние [?] Поверьте, что человеческая мысль не пустая игрушка! Много великого она совершила, много еще совершит; не надо только ожидать от нее невозможного и требовать всего в данный момент. А мировые проблемы решаются не единым росчерком пера, и много надо передумать и пережить, прежде чем выработается мирозозерцание [...] Не расстраивайте себя безотрадными выводами мрачной философии. Помните, что часто в основе непреложных, по-видимому, выводов лежат шаткие и произвольные основы. Вспомните, что Вы математик и что обязанность математика ко всему отнести критически!<sup>19</sup>

А когда Егоров узнал, что студенческие приятели Лузина (все тот же Костицын!) вовлекают его в революционную деятельность, приведшую их в итоге к участию

<sup>16</sup> К этому времени он уже защитил докторскую диссертацию по теории поверхностей (1901), обратившую на себя внимание в математическом мире (Г. Дарбу назовет вскоре в честь него целый класс поверхностей E-поверхностями). Его исследования в геометрической теории дифференциальных уравнений с частными производными, начало которым было положено его магистерской диссертацией (1899), в полной мере будут оценены только в наши дни (*Демидов С. С.* Профессор Московского университета Дмитрий Федорович Егоров и имяславие в России в первой трети XX столетия // Историко-математические исследования. Вторая серия. М.: Янус-К, 1999. Вып. 4 (39). С. 123–155).

<sup>17</sup> Письма Д. Ф. Егорова к Н. Н. Лузину. Предисловие П. С. Александрова. Публикация и примечания Ф. А. Медведева при участии А. П. Юшкевича // Историко-математические исследования. М.: Наука, 1980. Вып. 25. С. 335–361.

<sup>18</sup> Владимир Александрович Костицын (1883–1963) – ученик Егорова и студенческий товарищ Лузина, впоследствии математик, известный достижениями в теории интегральных уравнений, математической физике, а также в математической биологии, в которой ему принадлежат основополагающие результаты. Был вовлечен в активную революционную деятельность. Возглавлял дружину Московского университета в революционных боях 1905 г. на Пресне. В 1920-е гг. занимал важные позиции в советской науке. В конце 1920-х гг. эмигрировал во Францию (*Ермолаева Н. С.* Центробежные силы судьбы В. А. Костицына // Историко-математические исследования. Вторая серия. М.: Янус-К, 2001. Вып. 6 (41). С. 127–163; *Костицын В. А.* «Мое утраченное счастье...»: воспоминания, дневника. М.: Новое литературное обозрение, 2017. Т. 1–2).

<sup>19</sup> Письма Д. Ф. Егорова к Н. Н. Лузину... С. 336.

в революционных боях на Пресне (Егорову стало известно, что в комнате, где проживал Лузин, был устроен склад бомб и прокламаций), он воспринял это как приближение большой беды. Одаренный юноша мог оказаться потерянным для науки. Возможно, Егоров воспользовался своими связями в Министерстве народного просвещения, чтобы отправить талантливого студента в командировку в Париж. Впрочем, было ли это командировкой или Лузин отправился в Париж за родительский счет, остается неизвестным<sup>20</sup>. В то же самое время в Париж отправлялся другой ученик Егорова, В. В. Голубев<sup>21</sup>, который, хотя и был на год моложе Лузина, оказался значительно более самостоятельным и приспособленным к жизни — его заботам Егоров и поручил Николая Николаевича. Молодые люди выехали в Париж в начале декабря 1905 г. (как раз накануне декабрьского восстания в Москве) и поселились вместе недалеко от Сорбонны, сообщая приобщаясь к парижской математической жизни. За этими занятиями, направляя и корректируя их, неотрывно следил Егоров. Вот что он писал Лузину из Москвы 2 (15) февраля:

Важно уже одно то, что Вы попали в другую атмосферу, где можете работать [...] Лекции Hadamard'a (Адамара. — С. Д.) рекомендую вниманию; он читает великолепно и очень содержательно. Что касается до Ваших намерений штудировать зараз слишком много областей, то будьте все-таки осторожны: не переутомляйтесь; необходимо наряду с научной работой и еще чем-нибудь интересоваться. Посмотрите Париж, его музеи, церкви, окрестности; все это очень интересно. — Относительно проф. Раффи<sup>22</sup> думаю, что Вам вместе с коллегой Голубевым все-таки надо рискнуть и обратиться к нему; он Вас может ввести и в Société math. (Французское математическое общество. — С. Д.) и вообще устроит Вам пользование библиотекой<sup>23</sup>.

Оказавшаяся в нашем распоряжении записная книжка, которой пользовался Лузин в период его первого пребывания в Париже<sup>24</sup>, содержит

<sup>20</sup> В Министерстве народного просвещения в те годы разрабатывался целый комплекс мер по ограждению университетской молодежи от влияния революционных идей. Среди таких мер была и отправка талантливых молодых людей на учебу в западноевропейские университеты.

<sup>21</sup> Владимир Васильевич Голубев (1884—1954) — впоследствии известный математик и механик, член-корреспондент АН СССР (*Протасова Л. А., Тюлина И. А.* Владимир Васильевич Голубев. 1884—1954. М.: Наука, 1995).

<sup>22</sup> Луи Раффи (*Louis Raffy*, 1855—1910) — геометр, активный член Математического общества Франции, его президент в 1902 г.

<sup>23</sup> Письма Д. Ф. Егорова к Н. Н. Лузину... С. 337—338.

<sup>24</sup> Записные книжки Лузина — небольшие тетради (17,5 × 10,5 см) в переплетах из искусственной кожи (типа дерматина), которые служили ему для разного рода записей (на манер нынешних ежедневников). Несколько таких книжек сохранились в портфеле Лузина, который ранее хранился, по-видимому, у Бари. Впоследствии он оказался у заведующего кафедрой теории функций МГУ им. М. В. Ломоносова П. Л. Ульянова. В 2018 г. нынешний заведующий кафедрой Б. С. Кашин передал его в музей механико-математического факультета.

В настоящем случае речь идет об одной из этих книжек, которую Лузин использовал преимущественно в период своей заграничной командировки 1906 г. На ее форзаце сделанная карандашом запись: «*Nicolas Lousine 9, rue du Sommerard (près la Sorbonne) (5-e) chez M. Vetter*» (подчеркивание в оригинале, «près la Sorbonne» — около Сорбонны. — С. Д.). Это адрес, по которому проживали тогда Лузин и Голубев. Ниже идет следующий текст: «*Evangile St. Jean III.2 (Евангелие от Иоанна III.2. — С. Д.): Quiconque pratique la vérité arrive à la lumière!*» В синодальном переводе это звучит так: «...а поступающий по правде идет к свету».

сделанную им выписку из расписания курсов, которые читались тогда на факультете наук (*Faculté des sciences*) Сорбонны – она включает подготовительные курсы П. Аппеля по математике для готовящихся изучать механику и физику и Л. Раффи по геометрическим приложениям анализа, а также курсы Э. Гурса по теории аналитических функций, Э. Бореля по теории функций, Ж. В. Буассинеса по теории вероятностей и математической физике, Г. Дарбу по высшей геометрии, П. Пенлеве по теории аналитических функций и об общих законах равновесия и движения, А. Пуанкаре по небесной механике, В. А. Пюизё по астрономии. Это курсы, которые он собирался, по-видимому, посещать. В этой же записной книжке Лузин отметил труды, с которыми намеревался ознакомиться. Это книги и статьи по самым разным вопросам математики – теории дифференциальных уравнений, обыкновенных и с частными производными, теории функций действительного и комплексного переменного, дифференциальной геометрии, математической логике, теории множеств, теории групп, теории чисел и небесной механике.

Егоров, опасаясь за его здоровье, пытался «умерить его пыл» и несколько сократить намеченную программу самообразования. Так, в письме от 27 февраля (12 марта) он пишет:

Очень рад, что Вы устроились с Сорбоннской и Нац[иональной] библ[иотека-ми]. Все-таки побывайте у Raffy; может быть, он Вас введет в Mat[ематическое] общ[ество]. Это будет, во всяком случае, интересно. Что-то Вы уже очень много зараз собираетесь штудировать, судя по Вашему письму<sup>25</sup>, помните, что *est modus in rebus*<sup>26</sup>; не переусомитесь и не разбросайтесь. Например, небесную механику можно бы и не изучать специально, а довольствоваться тем, что необходимо для понимания лекций Poincaré (Пуанкаре. – С. Д.). Точно так же по дифф[еренциальной] геом[етрии]. Конечно, нечего и думать о чтении всего Darboux (Дарбу. – С. Д.). В нем интересны для аналита 2-й том (1-я половина) – об ур[авнени]ях с частными производными<sup>27</sup>.

Насколько можно судить, *Лузин в главном последовал его советам*. Вот, что написано на этот счет в первой его биографии<sup>28</sup> (не будем забывать, что один из ее авторов, Голубев, жил тогда в Париже в одной с ним комнате и был непосредственным свидетелем происходившего):

Все эти полгода пребывания за границей прошли в упорной и систематической работе. Лекций он слушал немного (в их выборе он последовал советам Егорова. – С. Д.). В Сорбонне он слушал Бореля, который читал теорию целых функций, лекции знаменитого Пуанкаре по разложениям в ряды пертурбационных функций небесной механики. По словам Н. Н. Лузина, лекции Пуанкаре производили на него потрясающее впечатление вследствие живого творчества во время самого процесса лекций<sup>29</sup>. Кроме того, в <Collège de France>

<sup>25</sup> Ответные письма Лузина, к сожалению, не сохранились.

<sup>26</sup> Мера в вещах (*лат.*).

<sup>27</sup> Письма Д. Ф. Егорова к Н. Н. Лузину... С. 338.

<sup>28</sup> Голубев, Бари. Биография Н. Н. Лузина... С. 15–16.

<sup>29</sup> Не здесь ли следует искать источник лужинской манеры чтения лекций?

Н. Н. Лузин слушал Адамара, который читал теорию распространения волн. Иногда ходил на лекции Дарбу по теории поверхностей. Но он упорнейшим образом работал над изучением математической литературы в библиотеке Сорбонны, в Национальной библиотеке и в Библиотеке Св. Женевьевы. Изучению научных вопросов посвящалось буквально все время. В размышлениях над научными вопросами Н. Н. Лузин просиживал целые ночи; часто поздно восходящее зимнее солнце заставало его еще за работою <sup>30</sup>.

В письме Флоренскому, начатом 1 мая, Лузин писал: «В настоящий момент меня интересуют в науке исключительно принципы, символическая логика и теория множеств» (подчеркивание в оригинале. — С. Д.) <sup>31</sup>. В одном из фрагментов этого же письма, писавшегося в несколько приемов, читаем:

В науке течение старое: разрабатывается метод последовательных приближений, комплексное переменное, ряды Фурье; с особенным жаром интегрируют системы уравнений, нужных для теоретической механики и физики. Poincaré занят своей небесной механикой, к теории множеств (боюсь утверждать, но вероятно) относится подозрительно <sup>32</sup>. Borel занимается ею, но с какой-то особенной точки зрения: все воплощает в геометрические группы <sup>33</sup>. Continuum считает не способным быть bien ordonné (подчеркивание в оригинале. — С. Д.) <sup>34</sup>.

Для нас важно отметить, что Лузин уже тогда обратил особое внимание на точку зрения Бореля на арифметический континуум, высказанную им в только что разразившемся знаменитом споре об аксиоме выбора. Этот спор и борелевская позиция в нем займут важное место в формировании лузинской идеологии. Но все это дело будущего. Пока же заметим только, что содержание этого судьбоносного для Лузина спора, в то время только что начавшегося, уже тогда зацепило его внимание: в упомянутой записной книжке (см. прим. 24) студент Лузин оставил карандашные, мало разборчивые записи о Цермело и о вполне упорядоченных множествах.

В то же время, хотя теория множеств и теория функций действительно переменного заняли прочное место в кругу интересов Лузина — кроме приведенных его высказываний об этом свидетельствуют библиографические выписки в его записной книжке (работы Г. Кантора, Э. Бореля, Р. Бэра, У. Дини и др.), — они еще не стали особым направлением его творчества. Пока что главным в его размышлениях оставалась теория обыкновенных дифференциальных уравнений. В ее рамках он избрал тему своего будущего дипломного сочинения: работы для получения диплома первой степени, необходимо для оставления при университете для «приготовления к профессорскому званию». Пришедшие в его голову соображения он обсуждал с Егоровым, который 19 мая (1 июня) 1906 г. писал ему в Париж:

<sup>30</sup> Голубев, Бари. Биография Н. Н. Лузина... С. С. 15–16.

<sup>31</sup> Переписка Н. Н. Лузина с П. А. Флоренским... С. 138.

<sup>32</sup> В этом своем предположении Лузин был прав.

<sup>33</sup> Имеются в виду точечные множества на прямой, плоскости и т. д.

<sup>34</sup> Вполне упорядоченным (франц.) (Переписка Н. Н. Лузина с П. А. Флоренским... С. 138).

То, что Вы пишете о Ваших работах по дифф[еренциальным] ур[авнениям], меня очень интересует. Знаете ли Вы статью, кажется, какого-то немца, кот[орый] как будто тоже строит алгоритм для вычисления интеграла дифф[еренциального] ур[авнения]. Эта статья упомянута в энциклопедии <sup>35</sup>.

Дифференциальным уравнениям в лужинской записной книжке посвящен целый ряд фрагментов, в частности рисунки поведения интегральных кривых, свидетельствующие о его напряженных размышлениях. Лузин работал над своим дипломным сочинением, которое завершил осенью.

В то же самое время, не желая замыкаться мыслью в пределах математики, Лузин искал выход своим размышлениям в философии, психологии, гуманитарных науках. «Я абсолютно не знаком с филологическими науками, историей, философией [...] Мне до боли ясно, что удовлетвориться “естественным” образованием невысказано» <sup>36</sup>, — писал он в уже цитированном нами письме Флоренскому. А в записной книжке, наряду с курсами математическими, он выделил несколько заинтересовавших его курсов по другим дисциплинам — например курс уже вошедшего тогда в моду психолога и психиатра П. Жане о модификациях сознания при истерических неврозах, а также читавшиеся по программе факультета словесности (*Faculté des lettres*) лекции известного специалиста по античной философии В. Брошара (*V. Brochard*, 1848–1907).

Очевидно, философская проблематика не отпускала Лузина: он продолжал ею мучиться. В том же письме от 19 мая 1906 г. Егоров так отреагировал на пассаж из не дошедшего до нас послания Лузина:

Вы говорите о перемещении центров в мирозерцании. Мне думается, что научная работа, ее направление и даже вкусы в этой области не должны бы зависеть от мирозерцания. Мирозерцание само по себе, а наука сама по себе! <sup>37</sup>

Лузин же (равно как и его друг Флоренский) смотрел на это иначе: в их представлениях стены, отделявшей науку от мирозерцания, не существовало.

Во второй половине лета 1906 г. Лузин вернулся в Москву. Полугодовое пребывание в Париже — в одном из мировых центров математической науки, с которым тогда мог соперничать разве только Гёттинген — сделало свое дело. Эти полгода стали для него настоящим подарком судьбы. Подарок этот преподнес ему поворот истории — революционные события 1905 г. в Москве. Именно они послужили поводом для поездки Лузина в Париж, которая укрепила его в намерении выстраивать научную карьеру. Позднее (в 1910 г.) в своей автобиографии от так отметил период по возвращении в Москву:

---

<sup>35</sup> Письма Д. Ф. Егорова к Н. Н. Лузину... С. 340.

<sup>36</sup> Переписка Н. Н. Лузина с П. А. Флоренским... С. 136.

<sup>37</sup> Письма Д. Ф. Егорова к Н. Н. Лузину... С. 338.

В 1906 году подал зачетное сочинение на тему «О одном методе интегрирования дифференциальных уравнений»<sup>38</sup>. В том же году кончил университет с дипломом 1-й степени и был оставлен на кафедре чистой математики профессором Дмитрием Федоровичем Егоровым...<sup>39</sup>

### «Приготовление к профессорскому званию»

Итак, Лузин сделал первый шаг в своей научной карьере — он оставлен при кафедре чистой математики «для приготовления к профессорскому званию». Перед ним стояли теперь задачи (сдача магистерских экзаменов, подготовка и прочтение пробных лекций), выполнение которых было необходимо для получения звания приват-доцента. И, конечно, за это время было нужно определиться с темой магистерской диссертации. Без ее защиты дальнейшая научная карьера была немыслима.

За время обучения в университете, — пишут В. В. Голубев и Н. К. Бари<sup>40</sup>, — Н. Н. Лузиным было прочитано и изучено много труднейших и глубоких трактатов по самым различным областям математики, так что он был хорошо подготовлен к магистерским экзаменам еще на студенческой скамье. «Время же оставления при университете» (здесь биографы цитируют одну из его автобиографий, выделяя цитату кавычками. — С. Д.) он употребил на слушание лекций на медицинском факультете, куда намеревался поступить, чтобы впоследствии идти в народ, но потом был вынужден оставить этот план, так как работа в анатомическом театре оказалась ему не по силам. Тогда он перешел к слушанию лекций на философском отделении историко-филологического отделения, который через год оставил, потому что лекции по философии не давали указания на возможность творчества<sup>41</sup>.

То есть, несмотря на полгода парижского погружения в математику, на усилия, потраченные на написание, выражаясь по-старинному, «кандидатского» сочинения, ставшего для Егорова формальным основанием для его оставления при кафедре чистой математики, Лузин продолжал колебаться с избранием дальнейшего пути и не торопился приступить к выполнению магистерских обязанностей. Он по-прежнему метался в поисках абсолютной истины, задвинув математику на второй план.

---

<sup>38</sup> Ксерокопия этого сочинения Лузина, хранящегося в Центральном историческом архиве города Москвы, которую сделал для нас замечательный историк науки и архивист Владимир Акимович Волков (1936–2012), была потеряна при многочисленных переездах многострадального Института истории естествознания и техники им. С. И. Вавилова РАН. Конечно, этот труд, в котором, вероятно, таятся истоки дальнейших размышлений Лузина относительно интегрирования дифференциальных уравнений, следует разыскать и изучить.

<sup>39</sup> *Волков В. А. Д. Ф.* Егоров: новые архивные документы (к истории московской математической школы) // Историко-математические исследования. Вторая серия. М.: Янус-К, 2005. Вып. 10 (45). С. 14–15.

<sup>40</sup> И, конечно, его поездки в Париж — добавим мы.

<sup>41</sup> *Голубев, Бари.* Биография Н. Н. Лузина... С. 16–17.

Математикой занимаюсь [...] мало. Не хочется. Больше пробегаю историко-филологические журналы и новости по теории электронов. Но и это не часто. Просто живу и смотрю <sup>42</sup>, – писал он Флоренскому 14 марта 1908 г. И в постскрипуме к тому же письму добавил: «Специалистом я все-таки не могу сделаться: отравлен Вами».

Очевидно, своего пути в математике он пока не находил. Занятия задачами интегрирования дифференциальных уравнений удовлетворения ему не приносили. Не видел он пока выхода ни в теории функций (действительного или комплексного переменного), ни в математической логике, ни в теории множеств или в какой-либо иной области математики из открывшихся ему в Париже или даже в дифференциальной геометрии – разделе, развиваемом Егоровым, к разработке проблем которой приступил его одноклассник Бюшгенс. Всем этим разделам, за исключением разве только математической логики, он отдаст дань в последующем, в последние годы своей жизни. Но проблематики, которая смогла бы захватить его целиком и стать основным содержанием его творческой мысли, он пока не нашел. Ее поиск пришелся на 1908–1910 гг. – период его творческого взросления, когда он много читал и размышлял (впрочем, читал он много всегда, а размышления было его *modus vivendi*). Так, в апреле 1908 г. он писал Флоренскому: «Все время провожу за работой. Занимаюсь Zahlentheorie. Эта таинственная область захватывает меня больше и больше» <sup>43</sup>. Ноябрь 1908 г.: «Недавно познакомился я с идеями Kummer'a ("идеальные числа") и пришел в восторг» <sup>44</sup>. Апрель 1909 г.: «Интересуюсь Grassmann'овской "Ausdehnungslehre". Хочется построить проективную геометрию для трансцендентных кривых» <sup>45</sup>.

К счастью, все эти метания проходили под присмотром внимательного и мудрого учителя. Егоров с удивительной деликатностью наставлял ученика, направляя или, лучше сказать, подправляя их ход. Его позицию в этом вопросе можно понять из следующих его слов, обращенных к Лузину в уже цитировавшемся его письме от 19 мая (1 июня) 1906 г.:

...здесь надо больше свободы и непосредственности: работайте, как работаете, и не задавайтесь предвзятыми идеями. В конце концов научная работа имеет много общего с поэтическим творчеством, и всякое принуждение (со стороны или от себя лично во имя какого-нибудь принципа) здесь ни к чему не приводит <sup>46</sup>.

---

<sup>42</sup> Переписка Н. Н. Лузина с П. А. Флоренским... С. 142.

<sup>43</sup> Там же. С. 145.

<sup>44</sup> Там же. С. 153.

<sup>45</sup> Там же. С. 157.

<sup>46</sup> Письма Д. Ф. Егорова к Н. Н. Лузину... С. 340–341.

Зимой 1907 г. Лузин женился на Н. М. Малыгиной<sup>47</sup> — дочери хозяйки квартиры на Арбате, у которой он снимал комнату. Как напишет впоследствии Бари, «решительный и властный характер Надежды Михайловны был полной противоположностью бесхарактерности Николая Николаевича, и брак с ней играл весьма существенную роль во всей дальнейшей жизни Николая Николаевича»<sup>48</sup>. Со студенческой неустроенностью было покончено — Николай Николаевич обзавелся домом и семьей. Чтобы вписаться в новое положение, требовалось приобрести соответствующий статус — положение лица, числившегося при кафедре чистой математики «для приготовления к профессорскому званию», было временным.

В ноябре 1908 г. он писал Флоренскому: «Лично живу очень счастливо. Перестал копать в математике, стремясь понять ее последние основания, душу теорем, теорий. Вероятно, стал просто математиком»<sup>49</sup>. Редким для Лузина той поры спокойствием и уверенностью в сегодняшнем дне дышат эти слова. Лузин вступал в пору жизненной зрелости. Наступило время спускаться с теоретических небес на землю практической деятельности: к сдаче магистерских экзаменов.

Сдал 2-й, сдал 3-й. Еще остается два: механика и дифференциальные уравнения, — читаем в письме от 12 апреля 1909 г. — Летом думаю готовиться к пробным лекциям и разработать несколько тем: «Возможность проективной геометрии трансцендентных кривых» и «Kontinuum-problem»<sup>50</sup>.

Выбор Лузиным континуум-гипотезы в качестве темы пробной лекции указывает на включение теории множеств в сферу его особых интересов. *Сама континуум-гипотеза становилась сюжетом его постоянных размышлений.* Уже в конце года, 24 декабря, Лузин сообщал своему товарищу: «Я доканчиваю свои экзамены. Осталась одна механика»<sup>51</sup>. В весенний семестр 1910 г. Лузин завершил эпопею с магистерскими экзаменами и, прочтя пробные лекции, собирался осенью приступить к преподаванию в качестве приват-доцента Московского университета. Первым курсом, который он

<sup>47</sup> В своих письмах Флоренскому он впервые упоминает о своей женитьбе в письме от 11 апреля 1908 г.: «Моя личная жизнь глубоко изменилась: я женился и теперь не одинок» (Переписка Н. Н. Лузина с П. А. Флоренским... С. 145). Так как это письмо поздравительное — с Пасхой, которая в 1908 г. приходилась на 13 (26) апреля — и написано в последние дни Великого поста, то, следовательно, венчание состоялось самое позднее 10 (23) февраля 1908 г. Первые биографы Лузина пишут, что эта женитьба приходится на зиму 1907 г. Скорее всего, она состоялась в конце этого года. Заметим, что сам Лузин впервые сообщил об этом событии Флоренскому с немалым опозданием — в своих письмах от 14 и 28 марта 1908 г. он не обмолвился о нем ни словом.

<sup>48</sup> Цит. по: *Тюлина*. Об одной рукописи неизвестного автора... С. 280.

<sup>49</sup> Переписка Н. Н. Лузина с П. А. Флоренским... С. 156.

<sup>50</sup> Там же. С. 158.

<sup>51</sup> Там же. С. 159. И продолжил: «Что дальше делать, не знаю. Интерес и вера в символическую логику пропали. Влечет теория функций и теория электронов. Но пока ничем решительно не занимаюсь. Пассивно переглядываю механику. Очень устал от безделья. А для дела времени нет. Хочу воспрянуть после сдачи последнего экзамена». Здесь появляются положительные нотки: «устал от безделья», «хочу воспрянуть». Наконец, в отдалении угадывается чаемая суша — «теория множеств».

задумал объявить в 1910 г., должна была стать теория функций действительного переменного. Теория множеств и теория функций действительного переменного стали осознанным выбором его дальнейших занятий<sup>52</sup>. В центр своих творческих устремлений он поставил континуум-гипотезу. Этот выбор во многом был определен его склонностью к философии.

Интерес к философии зародился у Лузина еще, как мы уже говорили, в гимназическую пору. Склонность к философскому осмыслению предмета своих занятий и своей математической деятельности была неотъемлемой чертой его натуры. Сам он называл это «отравленностью» философией. И в математике его привлекали вовсе не сложные задачи и поиск конструкций их решения, остроумных кунштюков, позволяющих обходить возникающие трудности, — в отличие от тех математиков, для которых их наука является своего рода спортом, он не был «решателем задач». Нет. *Он был математиком-философом*. Эта черта его творческого дарования выделяла его в математическом сообществе и находила свое выражение в самых различных проявлениях. Здесь и начавшаяся на студенческой скамье его дружба с Флоренским, и увлеченность лекциями по философии в Московском университете и в Сорбонне, и его избрание в 1929 г. действительным членом Академии наук СССР по разряду «философия». Эту черту его творческой натуры особенно выделил пронизательный А. Лебег в своем предисловии к лузинским лекциям об аналитических множествах<sup>53</sup>. Приведу из него лишь два фрагмента в переводе В. В. Успенского. Первый:

...короче, нужны качества философа. Господин Лузин исследует вопросы с философской точки зрения и приходит к математическим результатам: беспрецедентная оригинальность!<sup>54</sup>

Второй (с. 11):

...у него философские интересы и он в них сознается. Математические требования и философские требования у него постоянно соединены, даже, можно сказать, сплавлены. Хотя его книга – сочинение по математике, написанное математиком для математиков, почти на каждой ее странице отчетливо проступает эта тесная связь философских и математических мыслей, что придает монографии исключительную значительность и совершенно необычайную привлекательность<sup>55</sup>.

---

<sup>52</sup> В записной книжке, которую можно датировать 1909 г. (об этих книжках см. сноску 24), мы находим многочисленные записи, касающиеся теории множеств и теории функций действительного переменного. Это библиографические справки (работы Ф. Хаусдорфа, А. Шёнфлиса, Э. Гобсона, У. Г. Янга и др.), выписки из работ (например фрагмент из доклада Ю. Кёнига о континуум-гипотезе на Международном конгрессе математиков в Гейдельберге в 1904 г.), отдельные замечания (например, такое: «Что такое множество... Мой реферат... Воскресенье 11 h утра»).

<sup>53</sup> *Lusin, N. Leçons sur les ensembles analytiques et leurs applications. Préface de M. Henri Lebesgue; une note de M. Waclaw Sierpinski. Paris: Gauthier-Villars, 1930.*

<sup>54</sup> *Лебег А.* Предисловие к книге Н. Н. Лузина «Лекции об аналитических множествах и их приложениях». Перевод В. В. Успенского // Успехи математических наук. 1985. Т. 40. Вып. 3 (243). С. 10.

<sup>55</sup> Там же. С. 11.

Эта черта впоследствии сделала его удобной мишенью для нападок философствующих идеологов на «советском математическом фронте». Она же лежала и в основании тех трудностей, которые он испытал при выборе тематики исследований — его будущей магистерской диссертации. Его не очень устраивала тема его «кандидатского сочинения» — методы интегрирования дифференциальных уравнений. Как я уже говорил, его не привлекала перспектива заняться какой-нибудь задачей дифференциальной геометрии в направлении, разрабатываемом его уважаемым учителем, как это сделал его однокашник Бюшгенс. Для своих занятий он искал объект, обладавший философской глубиной. И таким объектом стал для него арифметический континуум<sup>56</sup>, к размышлениям над тайнами которого приступили еще пифагорейцы.

### Попытка доказательства континуум-гипотезы Г. Кантора

Проблема бесконечного, тайна континуума, открывшаяся в откровениях пифагорейцев, в исканиях Г. Кантора, глубоко задела молодого Лузина. Здесь его мысль обнаружила достойный объект, и он погрузился в проблему континуума с необычайным вдохновением, охватывавшим его, по свидетельству биографов, в периоды продуктивной творческой работы:

В такие периоды работа захватывала его целиком; в работе он не различал ни дня, ни ночи, на него находил какой-то порыв творческой «одержимости», который заставлял его забывать обо всем, что выходило за круг овладевших им научных идей<sup>57</sup>.

Размышлять над гипотезой он начал, конечно, давно, но период «одержимости» ею пришелся где-то на середину зимы — начало лета 1910 г.<sup>58</sup> Однако штурм проблемы успехом не увенчался — крепость не сдалась, доказательство не получалось.

Неудача могла сломать Лузина — на этом пути теряли себя и натуры в психологическом отношении куда более устойчивые. Однако этого не случилось. Он оказался надежно защищен — своим талантом (он находился на вершине небывалого прежде творческого подъема!), поистине отеческим вниманием мудрого руководителя Егорова, наконец, хорошо организованным тылом, который обеспечивала его супруга. Перед ним была практическая цель — написание магистерской диссертации, для которой было вовсе не обязательно доказывать континуум-гипотезу — она могла подождать. А пока можно было заняться решением более податливых задач теории

<sup>56</sup> Под арифметическим континуумом понимается действительная числовая прямая. Пифагорейцы своим открытием несоизмеримости стороны и диагонали квадрата сделали первый шаг в ее построении.

<sup>57</sup> Тюлина. Об одной рукописи неизвестного автора... С. 280.

<sup>58</sup> По крайней мере в самом конце 1909 г. он писал Флоренскому (см. сноску 51): «...пока ничем решительно не занимаюсь... Очень устал от безделья. А для дела времени нет. Хочу воспрянуть после сдачи последнего экзамена». К сожалению, мы не знаем точно, когда случился этот экзамен и начался период «одержимости».

функций действительного переменного. Соответствующий курс он намеревался объявить на осенний семестр 1910 г., но здесь вышла незадача: курс теории функций действительного переменного оказался уже объявленным другим приват-доцентом — Бюшгенсом. По совету Млодзеевского Лузин заявил тогда курс теории интегральных уравнений. Но и его прочесть ему была не судьба — в результате настойчивых усилий Егорова Министерство народного просвещения отправило его в двухгодичную командировку в Гёттинген и Париж.

### Метрическая теория функций (1910). Гёттинген

Егоров, очень рано оценивший глубину лужинского дарования, сделал все возможное, чтобы, с одной стороны, расширить и укрепить фундамент его математических познаний, а с другой, преодолеть свойственные его характеру мнительность, нерешительность и неверие в свои силы. Он очень надеялся, что творческая атмосфера крупнейших математических центров, какими были Гёттинген и Париж, сумеет пробудить и развить дремлющие в нем созидательные силы. Непосредственные контакты с крупнейшими математиками — вот в чем нуждался раскрывающийся талант. Эту мысль он постоянно пытался внушить своему юному коллеге. Вот что он написал ему 7 декабря 1910 г., в дни, когда Лузин начинал обосновываться в Гёттингене:

По-видимому, Вы до сих пор стесняетесь вступить в более близкие отношения с гёттингенскими математиками. Разве это можно? Ведь тогда и не стоило ехать в Гёттинген: книги читать можно было и в Москве, а собственно лекции много нового дать Вам не могут. Все дело в более близком общении, при котором Вы много ценного узнаете. Вы, может быть, и в Математическом обществе не бываете? Тогда это уж совсем непростительно! Итак, скорее наверстывайте потерянное время и идите хоть к Landau, который настолько любезен, что при затруднениях в немецком языке прибежнет и к французскому<sup>59</sup>.

Итак, в конце 1910 г. Николай Николаевич с супругой прибыли в Гёттинген<sup>60</sup>. Здесь они близко сошлись с семьей молодого специалиста в области механики из Казани А. Л. Лаврентьева (1875—1952), который, как и Лузин, после сдачи магистерских экзаменов в Казанском университете был отправлен в двухгодичную командировку в Гёттинген и Париж. Лаврентьев приехал с женой и сыном Мишей, впоследствии ставшим учеником Николая Николаевича и выдающимся математиком и механиком<sup>61</sup>. Сохранилось сделанное в Гёттингене фото (рис. 1), на котором мы видим спокойного и уверенного в себе приват-доцента Московского университета Лузина, готового к штурму научных высот. Без сомнения, этой уверенности способствовало

<sup>59</sup> Письма Д. Ф. Егорова к Н. Н. Лузину... С. 342.

<sup>60</sup> Они собирались покинуть Москву 9 октября, но выехали значительно позднее (см.: Там же. С. 342); Переписка Н. Н. Лузина с П. А. Флоренским... С. 160, 162.

<sup>61</sup> Об этой встрече можно прочитать в воспоминаниях М. А. Лаврентьева: Век Лаврентьева / Отв. ред. Н. Л. Добрецов, Г. И. Марчук. Новосибирск: Изд-во СО РАН, филиал «Гео», 2000.



*Рис. 1. М. Лаврентьев с родителями и их друзьями — Николаем Николаевичем и Надеждой Михайловной Лузиными. Германия. Гёттинген, 1911 г.*

и наличие надежного тыла — супруги, которую фотограф расположил за его спиной, и атмосфера доброжелательности, излучаемой присутствующими на фото его новыми друзьями, в том числе и привязавшимся к нему мальчиком, будущим его учеником<sup>62</sup>.

Все эти обстоятельства — творческая атмосфера Гёттингена, контакты с крупнейшими математиками, семейная устроенность — помогли Лузину благополучно пережить неудачу с континуум-гипотезой, которая не была оставлена, но отложена в «долгий ящик». Постоянно мысленно возвращаясь к ней, Лузин сделал *арифметический континуум главным объектом размышлений*. Многие из того, с чем ему приходилось впоследствии иметь дело, приобретало связанный с этими размышлениями специфический характер. Он продолжал много и увлеченно работать,

отдаваясь главным образом самостоятельным изысканиям в теории тригонометрических рядов; к этому его влекли многие загадочные факты этой теории и богатейшие средства библиотеки Гёттингена, дававшие ему неисчерпаемую возможность легко изучить самые разные вопросы<sup>63</sup>, — писал он в одной

<sup>62</sup> Вот как вспоминал об этом впоследствии М. А. Лаврентьев: «В Гёттингене я очень сблизился с Н. Н. Лузиным. Во время прогулок и дома, в ненастные дни Лузин покорял меня историями из своего детства, много рассказывал из Конан Дойля и Жюль Верна. Любил ставить неожиданные задачи — скажем, можно ли малыми толчками повалить фонарный столб? Наверное, с того времени и приобрел я вкус к подобным задачам» (Там же. С. 19).

<sup>63</sup> Цит. по: *Голубев, Бари*. Биография Н. Н. Лузина... С. 17.

из своих автобиографий. Лузин занялся следующей задачей. Как было к тому времени известно, если тригонометрический ряд

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nt + b_n \sin nt$$

сходится на множестве положительной меры, его коэффициенты  $a_n, b_n$  должны были стремиться к нулю при  $n \rightarrow \infty$ . Может ли существовать тригонометрический ряд со стремящимися к нулю коэффициентами, расходящийся при этом в каждой точке некоторого множества ненулевой меры? Один из крупнейших авторитетов в области тригонометрических рядов П. Фату полагал, что ответ на этот вопрос может быть только отрицательным. Этим вопросом и озаботился Лузин. Отзвуки этих размышлений доносят до нас его переписка с Егоровым<sup>64</sup>. Их итоги оказались совершенно неожиданными. Лузин построил степенной ряд со стремящимися к нулю коэффициентами, расходящийся в каждой точке единичного круга. Следствием из этого результата стал пример тригонометрического ряда с коэффициентами, стремящимися к нулю, и при этом расходящегося почти всюду<sup>65</sup>.

Егоров, как мы уже говорили, не устал напоминать Лузину о необходимости знакомить со своими результатами гёттинггенских светил. Если он пазовал перед Гильбертом и Клейном, то сообщать о них хотя бы Ландау, славившегося своей любезностью и необычайной доброжелательностью к молодежи. Вот и в своем письме от 28 декабря 1910 г. он не забыл напомнить: «...то, что есть, сообщите Landau»<sup>66</sup>. Тем более что с Ландау установились теплые взаимоотношения<sup>67</sup>. Ландау высоко оценил полученные результаты и посоветовал Лузину отправить работу в недавно начавший выходить итальянский математический журнал «Рендиконти дель Чирколо математико ди Палермо» (*Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*), который публиковал присланные материалы очень быстро. Вот как отметил это в одной из своих автобиографий Лузин:

В Гёттингене Н. Н. Лузин написал и по настоянию профессора Ландау опубликовал свою первую работу<sup>68</sup> (в 1911 г., то есть в 28 лет). До сих пор он, не будучи уверен в своих силах, остерегался выступать в печати и отказался по этой же причине писать сочинение на медаль на предложенную тему в Москве<sup>69</sup>.

<sup>64</sup> Письма Д. Ф. Егорова к Н. Н. Лузину... С. 342–344.

<sup>65</sup> Как последствием показал С. Б. Стечкин, расходимость построенного Лузиным ряда имела место в каждой точке (*Стечкин С. Б. О сходимости и расходимости тригонометрических рядов // Успех математических наук. 1951. Т. 6. Вып. 2 (42). С. 148–149.*)

<sup>66</sup> Письма Д. Ф. Егорова к Н. Н. Лузину... С. 343.

<sup>67</sup> И хотя Лузин посещал семинар и даже лекции Гильберта — это подтверждает его записная книжка — наиболее продуктивными для него оказались контакты с Ландау.

<sup>68</sup> *Lusin, N. Über eine Potenzreihe // Rendiconti del Circolo matematico di Palermo. 1911. Т. 32. Р. 386–390.*

<sup>69</sup> Цит. по: *Голубев, Барн.* Биография Н. Н. Лузина... С. 17–18. Заметим, что если бы он и согласился тогда написать такое сочинение (а оно, скорее всего, основывалось бы на его дипломной работе по интегрированию дифференциальных уравнений), то оно не стало бы для него столь же блестящим дебютом, каким оказалась его публикация в *Rendiconti*.

Этой работой Лузин громко заявил о себе математическому миру и положил начало целому направлению исследований по тригонометрическим и вообще ортогональным рядам, впоследствии отмеченному такими славными именами, как Г. Харди, Дж. Литтлвуд, Д. Е. Меньшов, А. Н. Колмогоров и др.<sup>70</sup> Для самого Лузина она положила также начало его серьезным занятиям функциями комплексного переменного. Так что Гёттинген стал для него периодом необычайного творческого подъема<sup>71</sup>, продолжившегося уже в Париже, в который Лузины переехали в начале осеннего семестра 1912 г.<sup>72</sup>

### Метрическая теория функций (1911–1914). Париж

Если летом 1906 г. Лузин покидал Париж по существу мальчиком, искавшим собственный путь вхождения в математику, то теперь, пять лет спустя, он вступал в него приват-доцентом Московского университета, первые шаги которого в уже избранную область математики — метрическую теорию функций — были отмечены первоклассным результатом, опубликованным во входящем в математическом мире в моду журнале<sup>73</sup>. И что самое главное, он возвращался в Париж переполненным идеями, некоторые из которых были уже практически им реализованы, а другие находились в процессе активной разработки. Отзвуки этой деятельности доносит до нас его переписка

<sup>70</sup> См.: *Барн Н. К., Люстерник Л. А.* Работы Н. Н. Лузина по метрической теории функций // *Успехи математических наук.* 1951. Т. 6. Вып. 6 (46). С. 28–46; *Ульянов П. Л.* О работах Н. Н. Лузина по метрической теории функций // *Успехи математических наук.* 1985. Т. 40. Вып. 3 (243). С. 15–70.

<sup>71</sup> Одна из записных книжек Лузина, о которых шла речь в сноске 24, открывается записями, сделанными в Москве осенью 1910 г., касающимися приготовлений Лузина к отъезду в Германию (денежные расчеты, прощальные визиты, молебен в храме Св. Софии и т. д.). Далее следуют записи, сделанные по дороге в Гёттинген и в самом Гёттингене. Например, выписка из расписания университетских занятий, заинтересовавших Лузина, — это лекции Д. Гильберта по механике, Э. Ландау по дифференциальному и интегральному исчислению, Ф. Бернштейна по эллиптическим функциям, О. Тёплица по теории множеств и алгебре, П. Кёбе и Г. Вейля по теории функций, Ф. Клейна о развитии математики в XIX в., семинары Гильберта и Тёплица, Клейна, занятия А. Хаара (род занятий и тема указаны неразборчиво). Если судить по этой книжке, то можно предположить, что эти лекции и семинары в круг занятий Лузина так и не вошли. Исключение составляют разве только лекции Гильберта — конспект двух из них в ней имеется.

В книжке содержатся различные гёттингенские адреса (Лаврентьевых, М. И. Ковалевского и др.), наброски прошений, писем в Министерство народного просвещения, в редакцию *Rendiconti* и др. Почти вся ее вторая половина занята записями, связанными с путешествием, предпринятым Лузиными по маршруту Гёттинген — Мюнхен — Дрезден — Берлин — Гёттинген. Здесь записи о посещении различных музеев, информация об увиденных картинах, о художниках.

<sup>72</sup> По дороге в Париж Лузины вместе с Лаврентьевыми провели некоторое время в Швейцарии. Вот как вспоминал об этом впоследствии М. А. Лаврентьев: «По дороге в Париж в августе мы остановились на месяц в Швейцарии, в маленьком местечке Вегис на берегу Фервальштадтского озера. Туда же вскоре приехали Лузин, и большую часть времени мы проводили вместе» (Век Лаврентьева... С. 54). На последних страницах записной книжки приводится адрес семейного пансиона в Лозанне.

<sup>73</sup> *Lusin. Über eine Potenzreihe...*

с Егоровым конца 1910 – начала 1911 г.<sup>74</sup> Ее интенсивность подтверждается необычайной публикационной активностью этого периода<sup>75</sup>. Успевший привыкнуть к творческой атмосфере уютного Гёттингена, Лузин не сразу сумел найти себя в Париже. Вот строки из его письма от 23 декабря 1911 г. Флоренскому: «Мы сейчас оба в Париже, где я обретаюсь в неопишемом унынии вследствие отсутствия математики у здешних математиков и еще потому, что в библиотеках ничего нельзя достать»<sup>76</sup>. Установить рабочие связи с местными математиками сразу не удавалось, получить право работать в хороших научных библиотеках без солидной протекции в закованной в бюрократические формальности французской столице оказалось совсем непросто. Из того же письма: «Что же касается до меня, то я среди “сумасшедшего дома, полного обезьян” (Бисмарк), часто тоскую по серебряному снегу и чуткой тишине полей России или Гёттингена». К счастью, «черная полоса» скоро закончилась и Лузин начал благополучно входить в парижскую математическую среду. Свидетельством этого служат публикации «О свойствах измеримых функций», «Об абсолютной сходимости тригонометрических рядов» и «О свойствах интеграла  $g$ -на Данжуа»<sup>77</sup>, представленные Парижской академии наук на ее заседаниях, соответственно, 17 июня, 23 сентября и 23 декабря 1912 г. мэтрами математического сообщества Э. Пикаром (первая и третья работы) и П. Аппелем (вторая работа). Первая (из перечисленных) работа содержала знаменитую теорему Лузина о  $C$ -свойстве: всякая измеримая и почти всюду конечная на отрезке функция непрерывна на совершенном множестве точек, которое можно получить, исключая из этого отрезка множество сколь угодно малой меры (вероятнее всего, он пришел к большинству из этих публиковавшихся в Москве и Париже результатов (в том числе к теореме о  $C$ -свойстве) еще в Гёттингене – круг соответствующих вопросов он обсуждал в упомянутой переписке с Егоровым<sup>78</sup>).

В итоге Николай Николаевич замечательно вписался в парижское математическое сообщество, прежде всего в окружение Бореля – Лебега – Бэра. С каждым из них у него выстроились превосходные отношения. Очень близко он сошелся

<sup>74</sup> Письма Д. Ф. Егорова к Н. Н. Лузину... С. 342–352.

<sup>75</sup> Вот публикации увидевшие свет в 1912 г.: *Лузин Н. Н.* К основной теореме интегрального исчисления // Математический сборник. 1912. Т. 28. № 2. С. 266–294; *Лузин Н. Н.* Добавление к статье «К основной теореме интегрального исчисления» // Математический сборник. 1912. Т. 28. № 2. С. 544; *Лузин Н. Н.* Об одном случае ряда Taylor'a // Математический сборник. 1912. Т. 28. № 3. С. 295–302; *Лузин Н. Н.* К абсолютной сходимости тригонометрических рядов // Математический сборник. 1912. Т. 28. № 3. С. 461–472; *Lusin, N.* Sur les propriétés des fonctions mesurables // Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences. 1912. Т. 154. P. 1688–1690; *Lusin, N.* Sur l'absolue convergence des séries trigonométriques // Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences. 1912. Т. 155. P. 580–582; *Lusin, N.* Sur les propriétés de l'intégrale de M. Denjoy // Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences. 1912. Т. 155. P. 1475–1477.

<sup>76</sup> Переписка Н. Н. Лузина с П. А. Флоренским... С. 163.

<sup>77</sup> *Lusin, N.* Sur les propriétés des fonctions mesurables...; *Lusin, N.* Sur l'absolue convergence des séries trigonométriques...; *Lusin, N.* Sur les propriétés de l'intégrale de M. Denjoy...

<sup>78</sup> Об этом см. также: *Богачев В. И.* К истории открытия теорем Егорова и Лузина // Историко-математические исследования. Вторая серия. М.: Янус-К, 2009. Вып. 13 (48). С. 54–67.

с А. Данжуа (1884–1973). В этой обстановке ему хорошо работалось и писалось. Рождавшиеся результаты немедленно печатались в парижских «Конт рандю»<sup>79</sup>. Постепенно вырастал корпус его будущей диссертации, которая в основных чертах сложилась к лету 1914 г. Судьба благоволила ему — он успел беспрепятственно пересечь поездом Германию как раз незадолго до начала военных действий на германско-русском фронте, разразившихся в августе 1914 г.

### Метрическая теория функций (1914–1916). Москва

Война хотя и внесла серьезные коррективы в жизнь российского научного сообщества (например, сократилось финансирование, что привело к замедлению выхода научных изданий, в частности «Математического сборника», и т. д.), не нарушила поступательного характера ее течения. В Москве Лузина ждала группа студентов (и каких! — среди них мы видим Д. Е. Меншова, А. Я. Хинчина, П. С. Александрова), подготовленных для него Егоровым будущих его учеников — по российским законам студенты освобождались от призыва в армию (это распространялось и на лиц, «оставленных при университете для приготовления к профессорскому званию», и на приват-доцентов). Лузин сумел закончить и в 1915 г. опубликовать диссертацию<sup>80</sup>, защита которой состоялась 27 апреля 1916 г. при официальных оппонентах Д. Ф. Егорове и Д. К. Лахтине. Защита превратилась в настоящий триумф Николая Николаевича: учитывая ее научные достоинства, ученый совет присвоил ему, минуя степень магистра, степень доктора чистой математики.

В 1914–1916 гг. сложилось и первое поколение лужинских учеников — легендарная Лузитания. Это и упомянутые Меншов, Хинчин, Александров. Это и М. Я. Суслин — гениальный самородок из крестьян Саратовской губернии<sup>81</sup>. Он открыл существование нового типа множеств, получивших название А-множеств, или аналитических множеств, ставших сенсацией в математике того времени. До этого полагали, что во всей многообразной практике математики ограничиваются так называемыми В-множествами, борелевскими множествами. Суслин показал, что это не так, — он предложил пример плоского борелевского множества, проекция которого на прямую не являлась борелевской<sup>82</sup>. Здесь нам следует еще раз остановиться и сделать несколько замечаний относительно этого события на линии творчества Лузина.

<sup>79</sup> Уже перечисленные заметки 1912 г., а также: *Lusin, N.* Sur la convergence des series trigonometriques de Fourier // Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences. 1913. Т. 156. Р. 1655–1658; *Lusin, N.* Sur un problème de M. Baire // Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences. 1914. Т. 158. Р. 1258–1261.

<sup>80</sup> *Лузин Н. Н.* Интеграл и тригонометрический ряд. М.: Тип. Лисснера и Собко, 1915.

<sup>81</sup> *Игошин В. И.* Михаил Яковлевич Суслин. 1894–1919. М.: Наука. Физматлит, 1996.

<sup>82</sup> Сохранилось свидетельство очевидца о том, как студент Суслин сообщил о своем открытии Н. Н. Лузину. Свидетелем выступил выдающийся польский математик В. Серпинский, живший и работавший тогда в Москве. Он рассказывал: «Мне довелось быть свидетелем того, как Суслин сообщил Лузину свое замечание и вручил ему рукопись своей первой работы. Лузин очень серьезно отнесся к сообщению молодого студента и подтвердил, что тот действительно нашел ошибку в труде известного ученого (А. Лебега. — С. Д.). Я также читал рукопись Суслина непосредственно после Лузина и знаю, как Лузин помогал своему ученику и как направлял его работу» (цит. по: *Игошин*. Михаил Яковлевич Суслин... С. 45).

**Дескриптивная теория множеств (1916–1936). Москва – Париж – Москва**

Занимаясь вопросами метрической теории функций (диссертация!), Лузин не оставлял размышлений о природе арифметического континуума, о континуум-гипотезе. Так, уже в 1914 г. он выступил с заметкой «Об одной задаче М. Бэра»<sup>83</sup>, о которой Егоров в своем отзыве об отчете Лузина о заграничной командировке заметил следующее: «Мне думается, что на этом пути Н. Н. Лузин внесет что-либо новое в фундаментальную задачу о мощности континуума»<sup>84</sup>. Покончив с диссертацией, Лузин, теперь уже доктор чистой математики и экстраординарный профессор Московского университета (в этом звании он был утвержден в декабре 1916 г.), сосредоточил усилия свои и своих учеников на проблемах дескриптивной теории множеств, в частности на постижении природы арифметического континуума. На решение соответствующих задач он ориентировал своих учеников.



*Рис. 2. Фото на квартире у Д. Ф. Егорова. Н. Н. Лузин сидит, сзади стоят В. К. Серпинский и Д. Ф. Егоров*

Летом 1915 г. его студент Александров доказал, что всякое несчетное борелевское множество имеет мощность континуума. Этот результат, опубликованный в 1916 г. в «Конт рандю» Парижской академии наук, стал решением проблемы Кантора для борелевских множеств — тех самых, которыми, как полагали в то время, исчерпывается запас всех множеств, реально используемых в математике. Открытие Суслина, о котором мы только что говорили, положило конец таким представлениям — проекция плоского борелевского множества на прямую может не оказаться борелевским множеством. Появление в реальной математике нового типа множеств — аналитических множеств — открывало новые перспективы и предоставляло школе Лузина лидерство в современных теоретико-множественных исследованиях. Свою былую привлекательность возвращала себе континуум-гипотеза. У самого Лузина открылось второе дыхание и с ним *второй период в его творческой биографии, посвященный дескриптивной теории множеств и функций* (рис. 2.) Пришелся этот период на сложное для России время, наполненное бурными событиями революций и Гражданской войны.

<sup>83</sup> *Lusin*. Sur un problème de M. Baire...

<sup>84</sup> Цит. по: Голубев, Бари. Биография Н. Н. Лузина... С. 19.

Время это, тяжело переживавшееся российским обществом (столичные города страдали от недостатка продовольствия и топлива), не положило конец деятельности образовательных институтов. В них пришла новая молодежь, в частности те, для кого еще вчера поступление в высшее учебное заведение было трудноразрешимой задачей, например выходцы из еврейских местечек. И, несмотря на внешние неблагоприятные обстоятельства, школа Лузина тех лет поражает своей творческой активностью<sup>85</sup>. Характеризуя этот период истории отечественной математики, Хинчин в 1927 г. писал:

Может быть, в эти первые тяжелые годы революции математика по чисто внешним причинам оказалась поставленной в несколько особые условия, позволявшие ей развиваться интенсивнее других точных наук: математику не нужно ни лабораторий, ни реактивов; бумага, карандаш и творческие силы – вот предпосылки его научной работы, а если к этому присоединить возможность пользоваться более или менее солидной библиотекой и некоторую долю научного энтузиазма (а это есть почти у каждого математика), то никакая разруха не может остановить его творческой работы. Недостаток текущей литературы в известной степени возмещался неустанным научным общением, которое в эти годы удалось организовать и поддерживать<sup>86</sup>.

Успешному развитию исследований в Лузитании чрезвычайно способствовало то обстоятельство, что Франция в Первой мировой войне выступала нашим союзником: французские математики (а именно они были признанными лидерами в тематике, разработкой которой была занята школа Лузина) были открыты россиянам для общения, страницы французских математических журналов (в том числе «Конт рандю» Парижской академии наук) были к услугам москвичей. И как только вновь начали открываться возможности для совершения зарубежных поездок, Лузин и его ученики начали много и успешно перемещаться по крупным европейским математическим центрам, прежде всего, конечно, по французским. Насколько близко к сердцу французское математическое сообщество принимало проблемы москвичей показала его вовлеченность в события «дела академика Н. Н. Лузина»<sup>87</sup>, о которых еще будет сказано впереди.

Мы же вернемся в 1922 г. – в тот период, когда Лузин возвратился из Иваново-Вознесенска, где с 1918 г., скрываясь с группой учеников от голода и холода, царивших в Первопрестольной, работал в местном политехническом институте, и когда восстановились регулярные заседания его семинара, в которых вместе с преподавателями (В. В. Степановым, П. С. Александровым, П. С. Урысоном) участвовали студенты – Н. К. Бари, В. И. Гливенко, Л. Г. Шнирельман, затем А. Н. Колмогоров, чуть

---

<sup>85</sup> Демидов С. С., Токарева Т. А. Формирование советской математической школы // Историко-математические исследования. Вторая серия. М.: Янус-К, 2005. Вып. 10 (45). С. 142–159.

<sup>86</sup> [Хинчин А. Я.] Математика // Десять лет советской науке. Сборник статей / Ред. Ф. Н. Петров. М.; Л.: Государственное издательство, 1927. С. 41.

<sup>87</sup> Дюжак П. «Дело» Лузина и французские математики // Историко-математические исследования. Вторая серия. М.: Янус-К, 2000. Вып. 5 (40). С. 119–142.

позднее — М. А. Лаврентьев, Л. В. Келдыш, Е. А. Леонтович, П. С. Новиков и Г. А. Селиверстов. Вернулись в Москву и включились в работу «старики» — И. И. Привалов, Д. Е. Меньшов и А. Я. Хинчин.

1920-е гг. — время чрезвычайного расширения тематики исследований, которые начали вести в Лузитании. К разработке задач теории множеств и теории функций действительного и комплексного переменного добавились работы по топологии П. С. Урысона, П. С. Александра и его учеников (А. Н. Тихонова, Л. С. Понтрягина и др.), по теории вероятностей (А. Я. Хинчин, А. Н. Колмогоров), по теории чисел (А. Я. Хинчин, А. Я. Гельфонд, Л. Г. Шнирельман), по функциональному анализу (Л. А. Люстерник, Л. Г. Шнирельман) и другим разделам математики.

### Распад Лузитании. «Дело академика Н. Н. Лузина»

Однако в то время стал намечаться и распад Лузитании и образование вокруг Лузина группы учеников (П. С. Новиков, Л. В. Келдыш и др.), с которыми он продолжил занятия дескриптивной теорией множеств. Это были годы наивысшего подъема *второго периода его творчества*, отмеченного изданием в 1930 г. в Париже его «Лекций об аналитических множествах и их приложениях» (с предисловием А. Лебега и заметкой В. Серпинского)<sup>88</sup>. В них подводились итоги проведенных им и его учениками исследований по теории аналитических и проективных множеств, намечалась программа дальнейшей работы по детальному изучению структуры арифметического континуума.

Здесь судьба, казалось бы, до сих пор благоволившая к Лузину, повернулась к нему спиной. В 1936 г. развернулось пресловутое «дело академика Лузина»<sup>89</sup>. И хотя он вышел из этого судилища с минимальными потерями (еще одна его удача в столкновении с историческими превратностями XX столетия), но вышел надломленным как морально, так и физически. Вечно неуверенный в себе, впечатлительный и мнительный, Лузин особенно тяжело пережил предательство своих учеников (рис. 3). Будучи слабым здоровьем, он много болел и через четыре с половиной года после окончания войны скончался.

### Завершающий этап творческой жизни

До конца своих дней он размышлял над тайнами устройства арифметического континуума, в частности над континуум-гипотезой. Ее решение в рамках аксиоматической теории множеств в перспективе, намеченной Гильбертом, Лузин не считал достаточным, хотя и признавал его важность и желательность. Кстати, возможность доказательства ее независимости от аксиом теории множеств он предвидел задолго до результатов К. Гёделя. Решение, которое могло быть достигнуто (и было достигнуто П. Коэном в 1963 г.)

<sup>88</sup> *Lusin*. Leçons sur les ensembles analytiques et leurs applications...

<sup>89</sup> Дело академика Николая Николаевича Лузина / Ред. С. С. Демидов, Б. В. Левшин. М.: Изд-во МЦНМО, 2019.



*Рис. 3. Президиум I Всероссийского съезда математиков (21 апреля – 4 мая 1927 г.). За столом президиума сидят Н. Н. Лузин (читает), Д. Ф. Егоров, С. Н. Бернштейн, В. В. Степанов. На трибуне И. Г. Петровский приветствует съезд от имени студенчества*

на этом пути, он не считал достаточным. Он не считал в случае арифметического континуума приемлемой ситуацию, сложившуюся в связи с пятым постулатом в геометрии: наличие различных геометрий. Арифметический континуум должен быть единственным. Вот как он сказал об этом еще в 1927 г. в своем докладе на I Всероссийском съезде математиков:

Первое, что приходит на ум, это то, что установление мощности континуума есть дело свободной аксиомы, вроде аксиомы о параллелях для геометрии. Но в то время как при инвариантности всех прочих аксиом геометрии Евклида и при варьировании аксиомы о параллелях меняется самый смысл произнесенных или написанных слов: точка, прямая и т. д. – смысл каких слов должен меняться, если мы делаем мощность континуума подвижной на алефической шкале, все время доказывая непротиворечивость этого движения? Мощность континуума, если только мыслить его как множество точек, есть единая некая реальность и она должна находиться на алефической шкале там, где она на ней есть; нужды нет, если определение этого места затруднительно или, как прибавил бы Адамар, даже невозможно для нас, людей<sup>90</sup>.

Медленно приходя в себя после событий «дела», Лузин, судя по всему, не чувствовал в себе сил, достаточных для того, чтобы на прежнем уровне продолжать трудиться над изучением структуры арифметического континуума (рис. 4). Он переключился на старые задачи, над которыми размышлял в прежние годы,

<sup>90</sup> Лузин Н. Н. Собрание сочинений. М.: Изд-во АН СССР, 1958. Т. 2. С. 515–516.

пытаясь довести их решение до конца. Так, он взялся за классическую со времен К. М. Петерсона проблему изгиба на главном основании и мастерски справился с ней, своими результатами, по существу, закрыв эту проблематику. Вопросы же, поставленные в его парижских лекциях 1930 г., исследовали и решали уже его ученики или даже ученики его учеников<sup>91</sup>. Изучение возникающей здесь проблематики продолжается и поныне<sup>92</sup>.

Арифметический континуум, к изучению которого приступили еще пифагорейцы, продолжает волновать математиков по сию пору. В их ряду был и Лузин. Размышления о континууме, пробужденные в нем в студенческие годы знаменитым спором об аксиоме выбора, сопровождали его всю жизнь. Вокруг этих размышлений формировалась его идеология — вариант эффективизма. Наиболее полное выражение его взглядов на актуальную бесконечность мы находим в его парижских лекциях<sup>93</sup>. Здесь он говорит о возможных пределах, до которых может доходить в своих построениях математик, ведомый идеей актуальной бесконечности, дабы вводимые им сущности выстраивались эффективно, а не оказывались виртуальными фикциями.



Рис. 4. Н. Н. Лузин на отдыхе в Подмосковье (конец 1940-х гг.)

<sup>91</sup> Об этом см., например, в: *Келдыш Л. В., Новиков П. С.* Работы Н. Н. Лузина в области дескриптивной теории множеств // *Успехи математических наук.* 1953. Т. 8. Вып. 2 (54). С. 93–104; *Келдыш Л. В.* Идеи Н. Н. Лузина в дескриптивной теории множеств // *Успехи математических наук.* 1974. Т. 29. Вып. 5 (179). С. 183–196; *Успенский В. А.* Вклад Н. Н. Лузина в дескриптивную теорию множеств и функций: понятия, проблемы, предсказания // *Успехи математических наук.* 1985. Т. 40. Вып. 3 (243). С. 85–116.

<sup>92</sup> См.: *Кановой В. Г.* Развитие дескриптивной теории множеств под влиянием трудов Н. Н. Лузина // *Успехи математических наук.* 1985. Т. 40. Вып. 3 (243). С. 117–155; *Богачев В. И.* Лузинские мотивы в современных исследованиях // *Современные проблемы математики и механики.* М.: Изд-во механико-математического факультета МГУ, 2013. Т. 8. Вып. 2. С. 4–24; *Moschovakis, Y.* Descriptive Set Theory. Amsterdam: North Holland, 1980; *Кановой В. Г., Любецкий В. А.* Современная теория множеств: начала дескриптивной динамики. М.: Наука, 2007; *Kanovei, V.* Borel Equivalence Relations; Structure and Classification. New York: American Mathematical Society, 2008; *Gao, S.* Invariant Descriptive Set Theory. Boca Raton, FL: CRC Press, 2009; *Кановой В. Г., Любецкий В. А.* Современная теория множеств: борелевские и проективные множества. М.: Изд-во МЦНМО, 2010; *Кановой В. Г., Любецкий В. А.* Современная теория множеств: абсолютно неразрешимые классические проблемы. М.: Изд-во МЦНМО, 2013.

<sup>93</sup> *Lusin.* Leçons sur les ensembles analytiques et leurs applications...

В ряду проблем, затронутых в этих лекциях, стоит задача реформирования наших идей об арифметическом континууме. Он писал:

... вполне определенных иррациональных чисел имеется лишь счетное множество [...] Таким образом, арифметический континуум заведомо содержит неопределимые точки. Эти точки, каждая из которых имеет бесконечное определение, являются паразитическими во всяком рассуждении, которое можно сделать эффективно...<sup>94</sup>

Так что одной из проблем, стоящих перед математикой, становится задача «очищения» арифметического континуума от паразитических образований.

## Заключение

В завершение моего очерка, оправдывая его название, естественно поставить вопрос о влиянии драматических событий европейской истории первой половины XX в. на творчество Лузина — в какой мере они способствовали или, наоборот, препятствовали раскрытию творческого потенциала знаменитого математика? Ясно, что «наш жестокий век» мог предложить широкий спектр возможных вариантов такого влияния на творческий путь математика, коему выпала доля жить и действовать в столь сложное время. Вариантов преимущественно негативных. За примерами ходить далеко не приходится — достаточно вспомнить о судьбе киевского математика М. Ф. Кравчука (1892–1942[?]), сгинувшего в пучине Гулага. Николаю Николаевичу чрезвычайно повезло — негативные проявления сурового века либо не задели его вовсе, либо даже послужили ему на пользу. И даже угодив в 53 года в громкий политический скандал, он вышел из него с минимальными возможными потерями. По меркам сурового времени ничтожными — утратой административных позиций в академическом мире, серьезным ударом по здоровью, изначально слабому<sup>95</sup>. Конечно, он еще много мог бы сделать в реализации научной программы, намеченной в парижских лекциях 1930 г., и даже сверх нее. Но, скажем так, он кое-что все же успел сделать, а там, где не успел, поработали его ученики и последователи. Конечно, самые смелые ожидания пока не оправдались: реформирование арифметического континуума до сих пор еще не случилось. Но значимость самого объекта — арифметического континуума — повышает ставки. Идеи Николая Николаевича Лузина о природе этого фундаментального объекта математической мысли до сих пор, т. е. более чем через 70 лет после смерти их автора, живут в математике — в трудах учеников его учеников и последователей.

## References

[Khinchin, A. Ia.] (1927) *Matematika* [Mathematics], in: Petrov, F. N. (ed.) *Desiat' let sovetskoi nauke. Sbornik statei* [Ten Years of Soviet Science. A Collection of Articles]. Moskva and Leningrad: Gosudarstvennoe izdatel'stvo, pp. 39–51.

<sup>94</sup> Лузин. Собрание сочинений... Т. 2. С. 269.

<sup>95</sup> По какому негативному сценарию могло развиваться «дело академика Лузина»? Исключение из Академии наук, последующий арест и либо ссылка (всем была памятна судьба Егорова), либо даже отправка в ГУЛАГ. На пороге стоял 1938 г.

- Bari, N. K., and Liusternik, L. A. (1951) Raboty N. N. Luzina po metriceskoi teorii funktsii [N. N. Luzin's Works on the Metric Theory of Functions], *Uspekhi matematicheskikh nauk*, vol. 6, no. 6 (46), pp. 28–46.
- Bogachev, V. I. (2009) K istorii otkrytiia teorem Egorova i Luzina [Towards the History of the Discovery of the Theorems of Egorov and Luzin], *Istoriko-matematicheskie issledovaniia, vtoraiia seriia*, vol. 13 (48), pp. 54–67.
- Bogachev, V. I. (2013) Luzinskie motivy v sovremennykh issledovaniiaakh [Luzin's Motives in Modern Research], *Sovremennye problemy matematiki i mekhaniki*, vol. 8, no. 2, pp. 4–24.
- Demidov, S. S. (1999) Professor Moskovskogo universiteta Dmitrii Fedorovich Egorov i imiaslavie v Rossii v pervoi treti XX stoletiiia [Moscow University Professor Dmitry Fedorovich Egorov and Onomatodoxy in Russia at the First Third of the 20<sup>th</sup> Century], *Istoriko-matematicheskie issledovaniia, vtoraiia seriia*, vol. 4 (39), pp. 123–156.
- Demidov, S. S., and Levshin, B. V. (eds.) (2019) *Delo akademika Nikolaia Nikolaevicha Luzina [The Case of Academician Nikolai Nikolaevich Luzin]*. Moskva: Izdatel'stvo MTsNMO.
- Demidov, S. S., and Tokareva, T. A. (2005) Formirovanie sovetskoi matematicheskoi shkoly [Formation of the Soviet Mathematical School], *Istoriko-matematicheskie issledovaniia, vtoraiia seriia*, vol. 10 (45), pp. 142–159.
- Dugak, P. (Dugac, P.) (2000) “Delo” Luzina i frantsuzskie matematiki [The Luzin “Case” and French Mathematicians], *Istoriko-matematicheskie issledovaniia, vtoraiia seriia*, vol. 5 (40), pp. 119–142.
- Dobretsov, N. L., and Marchuk, G. I. (eds.) (2000) *Vek Lavrent'eva (kniga vospominanii) [The Century of Lavrentiev: A Book of Memoirs]*. Novosibirsk: Izdatel'stvo SO RAN, filial “Geo”.
- Egorov, D. F. (1980) Pis'ma k N. N. Luzinu [Letters to N. N. Luzin], *Istoriko-matematicheskie issledovaniia*, vol. 30, pp. 335–361.
- Ermolaeva, N. S. (2001) Tsentrobezhnnye sily sud'by V. A. Kostitsyna [The Centrifugal Forces of V. A. Kostitsyn's Fate], *Istoriko-matematicheskie issledovaniia, vtoraiia seriia*, vol. 6 (41), pp. 127–163.
- Gao, S. (2009) *Invariant Descriptive Set Theory*. Boca Raton, FL: CRC Press.
- Golubev, V. V., and Bari, N. K. (1951) Biografiia N. N. Luzina [N. N. Luzin's Biography], in: Luzin, N. N. *Integral i trigonometricheskii riad [Integral and Trigonometric Series]*. Moskva and Leningrad: GITTL, pp. 11–31.
- Igoshin, V. I. (1996) *Mikhail Iakovlevich Suslin. 1894–1919 [Mikhail Yakovlevich Suslin. 1894–1919]*. Moskva: Nauka and Fizmatlit.
- Iushkevich, A. P. (1968) *Istoriia matematiki v Rossii do 1917 goda [History of Mathematics in Russia until 1917]*. Moskva: Nauka.
- Kanovei, V. (2008) *Borel Equivalence Relations; Structure and Classification*. New York: American Mathematical Society, 2008.
- Kanovei, V. G. (1985) Razvitie deskriptivnoi teorii mnozhestv pod vliianiem trudov N. N. Luzina [The Development of Descriptive Set Theory, Influenced by N. N. Luzin's Works], *Uspekhi matematicheskikh nauk*, vol. 40, no. 3 (243), pp. 117–155.
- Kanovei, V. G., and Liubetskii, V. A. (2007) *Sovremennaia teoriia mnozhestv: nachala deskriptivnoi dinamiki [Modern Set Theory: Basics of Descriptive Dynamics]*. Moskva: Nauka.
- Kanovei, V. G., and Liubetskii, V. A. (2010) *Sovremennaia teoriia mnozhestv: borelevskie i proektivnye mnozhestva [Modern Set Theory: Borel and Projective Sets]*. Moskva: Izdatel'stvo MTsNMO.
- Kanovei, V. G., and Liubetskii, V. A. (2013) *Sovremennaia teoriia mnozhestv: absolutno nerazreshimye klassicheskie problemy [Modern Set Theory: Absolutely Unsolvable Classical Problems]*. Moskva: Izdatel'stvo MTsNMO.
- Keldysh, L. V. (1974) Idei N. N. Luzina v deskriptivnoi teorii mnozhestv [N. N. Luzin's Ideas in Descriptive Set Theory], *Uspekhi matematicheskikh nauk*, vol. 29, no. 5 (179), pp. 183–196.
- Keldysh, L. V., and Novikov, P. S. (1953) Raboty N. N. Luzina v oblasti deskriptivnoi teorii mnozhestv [Works by N. N. Luzin in the Field of Descriptive Set Theory], *Uspekhi matematicheskikh nauk*, vol. 8, no. 2 (54), pp. 93–104.
- Kostitsyn, V. A. (2017) “Moe utrachennoe schast'e...”: vospominaniia, dnevniki [“My Lost Happiness...”: Memoirs, Diaries]. Moskva: Novoe literaturnoe obozrenie, vol. 1–2.

- Lebeg, A. (Lebesgue, H.) (1985) Predislovie k knige N. N. Luzina “Lektsii ob analiticheskikh mnozhestvakh i ikh prilozheniakh” [Foreword to N. N. Luzin’s Book “Lectures on Analytic Sets and Their Applications”], *Uspekhi matematicheskikh nauk*, vol. 40, no. 3 (243), pp. 9–14.
- Lusin, N. (1911) Über eine Potenzreihe, *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, vol. 32, pp. 386–390.
- Lusin, N. (1912) Sur l’absolue convergence des séries trigonométriques, *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l’Académie des sciences*, vol. 155, pp. 580–582.
- Lusin, N. (1912) Sur les propriétés de l’intégrale de M. Denjoy, *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l’Académie des sciences*, vol. 155, pp. 1475–1477.
- Lusin, N. (1912) Sur les propriétés des fonctions mesurables, *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l’Académie des sciences*, vol. 154, pp. 1688–1690.
- Lusin, N. (1913) Sur la convergence des séries trigonométriques de Fourier, *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l’Académie des sciences*, vol. 156, pp. 1655–1658.
- Lusin, N. (1914) Sur un problème de M. Baire, *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l’Académie des sciences*, vol. 158, pp. 1258–1261.
- Lusin, N. (1930) *Leçons sur les ensembles analytiques et leurs applications. Préface de M. Henri Lebesgue; une note de M. Waclaw Sierpinski*. Paris: Gauthier-Villars.
- Luzin, N. N. (1912) Dobavlenie k stat’e “K osnovnoi teoreme integral’nogo ischisleniia” [Addition to the Paper “On the Fundamental Theorem of Integral Calculus”], *Matematicheskii sbornik*, vol. 28, no. 2, p. 544.
- Luzin, N. N. (1912) K absolutnoi skhodimosti trigonometricheskikh riadov [On the Absolute Convergence of Trigonometric Series], *Matematicheskii sbornik*, vol. 28, no. 3, pp. 461–472.
- Luzin, N. N. (1912) K osnovnoi teoreme integral’nogo ischisleniia [On the Fundamental Theorem of Integral Calculus], *Matematicheskii sbornik*, vol. 28, no. 2, pp. 266–294.
- Luzin, N. N. (1912) Ob odnom sluchae riada Tylor’a [On One Case of the Taylor Series], *Matematicheskii sbornik*, vol. 28, no. 3, p. 295–302.
- Luzin, N. N. (1915) *Integral i trigonometricheskii riad [Integral and Trigonometric Series]*. Moskva: Tipografiia Lissnera i Sobko.
- Luzin, N. N. (1958) *Sobranie sochinenii [Collected Works]*. Moskva: Izdatel’stvo AN SSSR, vol. 2.
- Luzin, N. N. (1997) Dva pis’ma M. Ia. Vygodskomu [Two Letters to M. Ya. Vygodsky], *Istoriko-matematicheskie issledovaniia, vtoraiia seriia*, vol. 11 (46), pp. 267–306.
- Luzin, N. N., and Florenskii, P. A. (1989) Perepiska [Correspondence], *Istoriko-matematicheskie issledovaniia*, vol. 31, pp. 125–191.
- Moschovakis, Y. (1980) *Descriptive Set Theory*. Amsterdam: North Holland.
- Polovinkin, S. M. (1986) O studencheskom matematicheskom kruzhke pri Moskovskom matematicheskom obshchestve v 1902–1903 gg. [On the Student Mathematical Circle at the Moscow Mathematical Society in 1902–1903], *Istoriko-matematicheskie issledovaniia*, vol. 30, pp. 148–158.
- Protasova, L. A., and Tiulina, I. A. (1995) *Vladimir Vasil’evich Golubev. 1884–1954 [Vladimir Vasil’evich Golubev. 1884–1954]*. Moskva: Nauka.
- Stechkin, S. B. (1951) O skhodimosti i raskhodimosti trigonometricheskikh riadov [On the Convergence and Divergence of Trigonometric Series], *Uspekhi matematicheskikh nauk*, vol. 6, no. 2 (42), pp. 148–149.
- Tiulina, A. K. (2006) Ob odnoi rukopisi neizvestnogo avtora (k biografii N. N. Luzina) [On a Manuscript by an Unknown Author (Towards N. N. Luzin’s Biography)], *Istoriko-matematicheskie issledovaniia, vtoraiia seriia*, vol. 11 (46), pp. 267–306.
- Ul’ianov, P. L. (1985) O rabotakh N. N. Luzina po metriceskoi teorii funktsii [On N. N. Luzin’s Works on the Metric Theory of Functions], *Uspekhi matematicheskikh nauk*, vol. 40, no. 3 (243), pp. 15–70.
- Uspenskii, V. A. (1985) Vklad N. N. Luzina v deskriptivnuiu teoriuu mnozhestv i funktsii: poniatiia, problemy, predskazaniia [N. N. Luzin’s Contribution to the Descriptive Theory of Sets and Functions: Concepts, Problems, Predictions], *Uspekhi matematicheskikh nauk*, vol. 40, no. 3 (243), pp. 85–116.
- Volkov, V. A. (2005) D. F. Egorov: novye arkhivnye dokumenty (k istorii moskovskoi matematicheskoi shkoly) [D. F. Egorov: New Archival Documents (Towards the History of the Moscow Mathematical School)], *Istoriko-matematicheskie issledovaniia, vtoraiia seriia*, vol. 10 (45), pp. 13–19.